

Biểu diễn số phức

Câu 1. Cho các số phức $z_1 = 1; z_2 = 2 + 2i, z_3 = -1 + 3i$ được biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là M, N, P , các điểm này lần lượt là trung điểm của ba cạnh tam giác EFH. Tọa độ trọng tâm G của tam giác EFH là:

- A. (2;3) B. (3;2) C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$

Chọn (D): $M(1;0), N(2;2), P(-1;3)$ là điểm biểu diễn các số phức trên.

Hai tam giác EFH và MNP có 3 trung tuyến trùng nhau từng đôi một nên có cùng trọng tâm G.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1+2-1}{3} = \frac{2}{3} \\ y_G = \frac{0+2+3}{3} = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

Câu 2. Cho 2 số phức $z_1 = -3 + 4i$ và $z_2 = 7 + 2i$ được biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là hai điểm M và N . Đường tròn đường kính MN có phương trình là:

- A. $x(x+3) + y(y-4) = 0$ B. $x(x-3) + y(y+4) = 0$
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 26$ D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

Chọn (C): Trong mặt phẳng oxy 2 điểm $M(-3;4), N(7;2) \Rightarrow$ Tâm $I(2;3)$

$$\text{Bán kính } R = \frac{MN}{2} = \frac{\sqrt{104}}{2} = \sqrt{26} \Rightarrow (C): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 26$$

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z = 4 + 2i$. Phương trình đường trung trực của đoạn OM là:

- A. $x + 2y + 5 = 0$ B. $2x + y - 5 = 0$ C. $x - 2y + 5 = 0$ D. $2x + y + 5 = 0$

Chọn (B): Gọi (Δ) là trung trực của đoạn OM

$$\Rightarrow (\Delta) \text{ qua trung điểm I của } OM \Rightarrow I(2;1) \text{ và có vector pháp tuyến } \vec{n} = \overrightarrow{OM} = (4;2)$$

$$\Rightarrow (\Delta): 4(x-2) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - 10 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 5 = 0$$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm M, N, P là điểm biểu diễn của 3 số phức: $z_1 = 8 + 3i; z_2 = 1 + 4i; z_3 = 5 + xi$. Với giá trị nào của x thì tam giác MNP vuông tại P?

- A. 1 và 2 B. 0 và 7 C. -1 và -7 D. 3 và 5

Chọn (B): Ta có 3 điểm $M(8;3), N(1;4), P(5; x)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MP} = (-3; x-3); \overrightarrow{NP} = (4; x-4)$$

Để $\triangle MNP$ vuông tại $P \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NP} = 0$

$$\Leftrightarrow -12 + (x-3)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 7$$

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác MNP với M, N, P là 3 điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1-i; z_2 = 3+i; z_3 = 5-5i$ Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP là:

- A. $(4;2)$ B. $(-4;2)$ C. $(4;-4)$ D. $(4;-2)$

Chọn (D): $M(1;-1), N(3;1), P(5;-5)$

$I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} MI^2 = NI^2 \\ MI^2 = PI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-1)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow I(4;-2)$$

Câu 6. Trong mặt phẳng oxy M, N, P là tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -5+6i; z_2 = -4-i; z_3 = 4+3i$ Tọa độ trực tâm H của tam giác MNP là:

- A. $(3;1)$ B. $(-1;3)$ C. $(2;-3)$ D. $(-3;2)$

Chọn (D): $M(-5;6), N(-4;-1), P(4;3)$

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm $\triangle MNP$, ta có: $\overrightarrow{MH} = (x+5; y-6); \overrightarrow{NP} = (8;4); \overrightarrow{NH} = (x+4; y+1)$

$$\overrightarrow{MP} = (9;-3) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \\ \overrightarrow{NH} \cdot \overrightarrow{MP} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x+5) + 4(y-6) = 0 \\ 9(x+4) - 3(y+1) = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-3;2)$$

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác MNP có M, N, P là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 1+2i; z_2 = -3+i; z_3 = x+yi$ và O là trọng tâm. Tọa độ đỉnh P là:

A. (3; -2)

B. (2; -3)

C. (2; 1)

D. (1; -3)

Chọn (B). $M(1; 2)$, $N(-3; 1)$, $P(x_p; y_p)$

O là trọng tâm tam giác MNP

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M + x_N + x_P = 3x_O \\ y_M + y_N + y_P = 3y_O \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3 + x_P = 0 \\ 2 + 1 + y_P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = 2 \\ y_P = -3 \end{cases} \cdot \text{Vậy } P(2; -3)$$

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm M , N là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = m + 2i$; $z_2 = 4 - 2i$. Nếu $MN = 5$ thì tất cả các giá trị của m là:

A. 1 và 7

B. 7

C. -1 và -7

D. -7

Chọn (A). $M(m; 2)$, $N(4; -2)$

$$MN = 5 \Leftrightarrow MN^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow (4 - m)^2 + 16 = 25 \Leftrightarrow 16 - 8m + m^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 7 = 0 \Leftrightarrow m = 1, m = 7$$

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm M , N , P là điểm biểu diễn của các số phức

$z_1 = 1$; $z_2 = -1 - 2i$; $z_3 = -3i$. Điểm E thỏa mãn hệ thức $\overline{ME} = 3\overline{NE} - 4\overline{PE}$. Tọa độ điểm E là:

A. (2; -3)

B. (3; -2)

C. (3; 4)

D. (-3; -4)

Chọn (A). $M(1; 0)$, $N(-1; -2)$, $P(0; -3)$, $E(x; y)$

$$\Rightarrow \overline{ME} = (x - 1; y)$$

$$\overline{NE} = (x + 1; y + 2)$$

$$\overline{PE} = (x; y + 3)$$

$$\overline{ME} = 3\overline{NE} - 4\overline{PE} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 3(x + 1) - 4x \\ y = 3(y + 2) - 4(y + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } E(2; -3)$$

Ví dụ: Xét các điểm A, B, C trong mặt phẳng theo thứ tự biểu diễn các số phức

$$\frac{4i}{i-1}; (1-i)(1+2i); \frac{2+6i}{3-i}$$

- a) Chứng minh ABC là tam giác vuông cân
b) Tìm số phức biểu diễn điểm D sao cho ABCD là hình vuông

Gợi ý:

a) Ta có $\frac{4i}{i-1} = 2 - 2i$. Vậy $A(2; -2)$

$(1-i)(1+2i) = 3+i$, suy ra $B(3;1)$

Tương tự $\frac{2+6i}{3-i} = 2i$, vậy $C(0;2)$

Lúc đó, ta có: $BC^2 = 10, BA^2 = 10, CA^2 = 20 \Rightarrow \begin{cases} AB = BC \\ AC^2 = AB^2 + BC^2 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Tam giác ABC vuông cân tại B.

- b) Gọi D là đỉnh thứ tư của hình vuông ABCD. Do ABC là tam giác vuông cân nên yêu cầu bài toán tương đương với

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (-1; -3) = (x_D; y_D - 2) \Rightarrow \begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = -1 \end{cases} \Leftrightarrow D(-1; -1)$

vậy D biểu diễn số phức $z = -1 - i$

LUYỆN TẬP

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z^2 + \bar{z}| = 2 \\ |z| = 2 \end{cases}$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ không thể

là là:

- A. $M(-2; 0)$ B. $M(2; 0)$ C. $M(1; \sqrt{3})$ D. $M(1; -\sqrt{3})$

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn $z - (1+i)\bar{z} = (1-2i)^2$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ

- A. $M(10; 3)$ B. $M(10; -3)$ C. $M(3; -10)$ D. $M(-3; -10)$

Câu.3 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(2;3)$ B. $M(5;6)$ C. $M(-2;-3)$ D. $M(-5;6)$

Câu.4 Cho số phức z thỏa mãn $z = (3+2i)(2-3i) + (1+i)^2 - 8$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(4;-3)$ B. $M(4;3)$ C. $M(-4;3)$ D. $M(-4;-3)$

Câu.5 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i$. Điểm M biểu diễn số phức $w = 2z + 1$ trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(2;3)$ B. $M(-2;-3)$ C. $M(5;6)$ D. $M(-4;-6)$

Câu.6 Cho số phức z thỏa mãn $z = (1+i)(3-2i) + \frac{1}{3+i}$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M\left(\frac{53}{10}; -\frac{9}{10}\right)$ B. $M\left(-\frac{53}{10}; -\frac{9}{10}\right)$ C. $M\left(\frac{53}{10}; \frac{9}{10}\right)$ D. $M\left(-\frac{53}{10}; \frac{9}{10}\right)$

Câu.7 Cho số phức z thỏa mãn $(i+1)z + 3i\bar{z} = \left(\frac{2i}{i-1}\right)^2$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M\left(-\frac{4}{7}; \frac{2}{7}\right)$ B. $M\left(\frac{4}{7}; -\frac{2}{7}\right)$ C. $M\left(\frac{4}{7}; \frac{2}{7}\right)$ D. $M\left(-\frac{4}{7}; -\frac{2}{7}\right)$

Câu.8 Cho số phức z thỏa mãn $(i+1)z + (2-3i)(1+2i) = 7+3i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ C. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

Câu.9 Cho số phức z thỏa mãn $z - 2\bar{z} = 3+4i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M\left(3; \frac{4}{3}\right)$ B. $M\left(-3; -\frac{4}{3}\right)$ C. $M\left(-3; \frac{4}{3}\right)$ D. $M\left(3; -\frac{4}{3}\right)$

Câu.10 Cho số phức z thỏa mãn $z = i(3-2i) - (3-2i)$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(-1;5)$ B. $M(1;5)$ C. $M(-1;-5)$ D. $M(1;-5)$

Câu.11 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(2;1)$ B. $M(2;-1)$ C. $M(-1;2)$ D. $M(-2;-1)$

Câu.12 Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1+i} = \bar{z} - \frac{1}{2}(3+i)$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(-4;1)$ B. $M(4;-1)$ C. $M(-4;-1)$ D. $M(4;1)$

Câu.13 Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z + (2-3i)\bar{z} = -2-2i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(1;-1)$ B. $M(1;1)$ C. $M(-1;1)$ D. $M(-1;-1)$

Câu.14 Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(1;-2)$ B. $M(1;2)$ C. $M(-1;2)$ D. $M(-1;-2)$

Câu.15 Cho số phức z thỏa mãn $z + (1-i)\bar{z} = 8-3i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(3;2)$ B. $M(-3;2)$ C. $M(3;-2)$ D. $M(-3;-2)$

Câu.16 Cho số phức z thỏa mãn $z = (1+i)(2-i) - 8 + i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(-5;2)$ B. $M(5;2)$ C. $M(-5;-2)$ D. $M(5;-2)$

Câu.17 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(-2;-1)$ B. $M\left(\frac{21}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ C. $M(2;-1)$ D. $M\left(\frac{-21}{5}; \frac{-2}{5}\right)$

Câu.18 Cho số phức z thỏa mãn $z = (1-2i)(4-3i) - 2 + 8i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(-4;3)$ B. $M(4;-3)$ C. $M(4;3)$ D. $M(-4;-3)$

Câu.19 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 1-4i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(-4;3)$ B. $M(3;-4)$ C. $M(3;4)$ D. $M(-4;-3)$

Câu.20. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(2;3)$ B. $M(-2;3)$ C. $M(2;-3)$ D. $M(-2;-3)$

Câu.21 Cho số phức z thỏa mãn $1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2$ và phần thực dương. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(1;2)$ B. $M(1;-2)$ C. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ D. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu.22 Cho số phức z thỏa mãn $2(z+1) = 3\bar{z} + i(5-i)$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(1;-1)$ B. $M(1;1)$ C. $M(1;-1)$ D. $M(-1;-1)$

Câu.23 Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 2z = 3 - 2i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(1;2)$ B. $M(-1;2)$ C. $M(1;-2)$ D. $M(-1;-2)$

Câu.24 Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z + (1-i)\bar{z} = -5+4i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(1;2)$ B. $M(-1;2)$ C. $M(1;-2)$ D. $M(-1;-2)$

Câu.25 Cho số phức z thỏa mãn $z - (2-3i)\bar{z} = 1-9i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(2;1)$ B. $M(-2;1)$ C. $M(2;-1)$ D. $M(-2;-1)$

Câu.26 Cho số phức z thỏa mãn $(z-i)(1-2i) - 1 - 3i = 0$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(1;-2)$ B. $M(1;2)$ C. $M(-1;-2)$ D. $M(-1;2)$

Câu 26b. Cho số phức z thỏa mãn $z = \frac{-1+2i}{1+i} + \frac{3+i}{2}$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(1;1)$ B. $M(1;2)$ C. $M(-1;1)$ D. $M(-1;-1)$

Câu.27 Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 1 + 7i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(2;-2)$ B. $M(2;2)$ C. $M(-2;2)$ D. $M(-2;-2)$

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4| = |z|$ và $(z + 4)(\bar{z} + 2i)$ là số thực. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M(2; -3)$ B. $M(2; 3)$ C. $M(-2; 3)$ D. $M(-2; -3)$

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z + 1 + i = 5 - z$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

- A. $M\left(\frac{1}{13}; -\frac{5}{13}\right)$ B. $M\left(\frac{1}{13}; \frac{5}{13}\right)$ C. $M\left(-\frac{1}{13}; \frac{5}{13}\right)$ D. $M\left(\frac{5}{13}; -\frac{14}{13}\right)$

Câu 30. Trên mặt phẳng phức, nếu $A(1; 2)$ thì điểm B đối xứng qua trục tung của A là điểm biểu diễn của số phức:

- (A) $2 + i$ (B) $2 - i$ (C) $-1 + 2i$ (D) $-2 - i$

Câu 31. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các số $z = x + yi$ sao cho z^2 là số thực được biểu diễn bởi:

- (A) đường có phương trình $xy = 0$
 (B) đường có phương trình $x = 0$
 (C) đường có phương trình $y = 0$
 (D) nửa mặt phẳng bờ là Ox .

Câu 32. Trong mặt phẳng phức, giả sử số phức $a + bi$ được biểu diễn là (a, b) . Câu nào sau đây đúng?

- (1) $(a, b) + (a', b') = (a + a', b + b')$
 (2) $(a + b)i + (a' + b')i = (a + a') + (b + b')i$

Trong hai khẳng định trên:

- (A) Chỉ có (1) đúng (B) Chỉ có (2) đúng (C) Cả hai đều đúng (D) Cả hai đều sai.

Chọn (A). Ta phải viết đúng:

$$(a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i$$

Câu 33. Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $a + bi$ trong mặt phẳng phức. Hãy xét các câu sau:

- (1) môđun của $a + bi$ là bình phương khoảng cách OP .
 (2) Nếu P là biểu diễn của số $3 + 4i$ thì khoảng cách từ O đến P bằng 7.

Trong hai câu trên

- (A) Chỉ có (1) đúng (B) Chỉ có (2) đúng (C) Cả hai đều đúng (D) Cả hai đều sai.

Câu.34 Trên hình vẽ sau, các số phức $z, w, z + w$ lần lượt là:

(A) $z = 3 + i, w = -1 - 2i, z + w = -2 + 3i$

(B) $z = 3 - i, w = 1 + 2i, z + w = 2 + 3i$

(C) $z = 3 + i, w = -1 + 2i, z + w = 2 + 3i$

(D) $z = 3 - i, w = -1 + 2i, z + w = -2 + 3i$

Tập hợp số phức.

Câu 1 : Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z + \bar{z} + 3| = 4$.

$$|z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + x - yi + 3| = 4$$

$$\Leftrightarrow |2x + 3| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(2x + 3)^2} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng song song với trục tung $x = \frac{1}{2}; x = -\frac{7}{2}$

Câu 2. Cho các số phức z thỏa mãn $|2i - 2\bar{z}| = |2z - 1|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là:

A. Đường thẳng. B. Đường tròn. C. Một điểm xác định. D. E – líp

Lời giải:

Gọi $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

Từ giả thiết ta có:

$$|2i - 2(x - yi)| = |2(x + yi) - 1| \Leftrightarrow |-2x + (2y + 2)i| = |(2x - 1) + 2yi|$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4(y^2 + 2y + 1) = (4x^2 - 4x + 1) + 4y^2 \Leftrightarrow 4x + 8y + 3 = 0$$

Suy ra đáp án A.

Câu 3. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z , biết z thỏa mãn: $\frac{|z + 2 - 3i|}{|\bar{z} - 4 + i|} = 1 (*)$

Lời giải

$$\text{Giả sử } z = x + yi (*) \Leftrightarrow |x + 2 + (y - 3)i| = |x - 4 - (y - 1)i| \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = (x - 4)^2 + (y - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 3x - y - 1 = 0$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $3x - y - 1 = 0$.

Câu 4. ĐẠI HỌC KHỐI B NĂM 2010

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn:

$$|z - i| = |(1 + i)z|$$

Giải

Giả sử $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$)

Suy ra: $z - i = x + (y - 1)i$ và $(1 + i)z = (1 + i)(x + yi) = (x - y) + (x + y)i$

$$\text{Ta có: } |z - i| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(x - y)^2 + (x + y)^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y^2 - 2y + 1) = 2(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 2$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn tâm $I(0; -1)$ có bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 5. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 1 - i| \leq 1$

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

$$\text{Ta có: } \bar{z} + 1 - i = (x + 1) + (-y - 1)i$$

$$\text{Theo đề bài: } |\bar{z} + 1 - i| \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (-y - 1)^2} \leq 1 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 1)^2 \leq 1$$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là hình tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 1$

Câu 6. Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z - \bar{z} + 2i| = 2|z - i|$.

Giải:

$$|z - \bar{z} + 2i| = 2|z - i| \Leftrightarrow |x + yi - x + yi + 2i| = 2|x + yi - i|$$

$$\Leftrightarrow |(2y + 2)i| = 2|x + (y - 1)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2y + 2)^2} = 2\sqrt{x^2 + (y - 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (2y + 2)^2 = 4(x^2 + (y - 1)^2) \Leftrightarrow y = \frac{4x^2}{16}$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = \frac{4x^2}{16}$

Câu 7: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z^2 - (\bar{z})^2| = 4$

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $z^2 = x^2 + y^2 + 2xyi$; $\bar{z}^2 = x^2 + y^2 - 2xyi$

Theo đề bài: $z^2 - (\bar{z})^2 = 4xyi \Rightarrow |z^2 - (\bar{z})^2| = 4 \Leftrightarrow 4|xy| = 4 \Leftrightarrow |xy| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = -\frac{1}{x} \end{cases}$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là hai đường hyperbol $(H_1): y = \frac{1}{x}$ và $(H_2): y = -\frac{1}{x}$

LUYỆN TẬP

Câu 1. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó có tọa độ là:

A. $I(1; 1)$ B. $I(0; 1)$ C. $I(1; -1)$ D. $I(-1; 0)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|z - 1 + i| = 1 \Leftrightarrow |(x - 1) + (y + 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1 \Rightarrow I(1; -1)$$

Câu 2. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó là

A. $R = 1$ B. $R = 2$ C. $R = 4$ D. $R = 8$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|z - 1 + i| = 1 \Leftrightarrow |(x - 1) + (y + 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1 \Rightarrow R = 1.$$

Câu 3. Cho các số phức z thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

A. $I(1; -2)$ B. $I(1; 2)$ C. $I(-1; 2)$ D. $I(-1; -2)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|zi - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x - 1)i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4 \Rightarrow I(1; -2)$$

Câu 4. Cho các số phức z thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:

A. $r = 1$ B. $r = 4$ C. $r = 2$ D. $r = 16$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|zi - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x - 1)i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4 \Rightarrow r = 2.$$

Câu 5. Cho các số phức z thỏa mãn $|-2 + i(z - 1)| = 5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

A. $I(1; -2)$ B. $I(1; 2)$ C. $I(-1; 2)$ D. $I(-1; -2)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|-2 - i(x - 1 + yi)| = 5 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x - 1)i| = 5 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25 \Rightarrow I(1; -2)$$

Câu 6. Cho các số phức z thỏa mãn $|-2 + i(z - 1)| = 5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn.

A. $r = 1$ B. $r = 5$ C. $r = 25$ D. $r = 4$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|-2 - i(x - 1 + yi)| = 5 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x - 1)i| = 5 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25 \Rightarrow r = 5.$$

Câu 7. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tọa độ tâm I của đường tròn đó là:

A. $I(0; 0)$ B. $I(1; 1)$ C. $I(-1; -1)$ D. $I(1; -1)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có: $|x + yi| = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow I(0; 0)$

Câu 8. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó là:

- A. $R = 2$ B. $R = 4$ C. $R = 1$ D. $R = \sqrt{3}$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có: $|x + yi| = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow R = 2$.

Câu 9. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

- A. $I(1; -2)$ B. $I(1; 2)$ C. $I(-1; 2)$ D. $I(-1; -2)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 2)i| = 3 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9 \Rightarrow I(1; -2).$$

Câu 10. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:

- A. $r = 9$ B. $r = 3$ C. $r = 2$ D. $r = 4$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 2)i| = 3 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9 \Rightarrow r = 3..$$

Câu 11. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 3| = 4$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trong mặt phẳng Oxy là:

- A. Đường thẳng B. Đường tròn C. E – líp D. Một điểm xác định.

Lời giải:

$$\text{Gọi số phức } z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}. \text{ Từ giả thiết ta có: } |x + yi + x - yi + 3| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Suy ra đáp án đúng là A.

Câu 12. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - \bar{z} + 1 - i| = 2$.

A. Đường thẳng B. Đường tròn C. E – líp D. Một điểm xác định.

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - (x + yi + 1 - i)| = 2 \Leftrightarrow |1 + (2y - 1)i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1 + (2y - 1)^2} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Câu 13. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 8 - 4i| = 6$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là:

A. Đường thẳng B. Đường tròn C. E – líp D. Một điểm xác định.

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi + 8 - 4i| = 6 \Leftrightarrow |x + 8 + (y - 4)i| = 6 \Leftrightarrow (x + 8)^2 + (y - 4)^2 = 36 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Câu 14. Cho các số phức z thỏa mãn phần thực thuộc đoạn $[1; 3]$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là:

A. Đường thẳng $x = -2$.

B. Đường thẳng $x = 1$

C. Phần mặt phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = -2$ và $x = 1$.

D. Phần mặt phẳng không giới hạn bởi hai đường thẳng $x = -2$ và $x = 1$.

Lời giải:

Câu 15. Cho các số phức z thỏa mãn phần thực thuộc $[0; 3]$ và phần ảo thuộc đoạn $[-2; 4]$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn.

A. Phần mặt phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x = 3$ và $x = 0$

B. Phần mặt phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -2$ và $y = 4$

C. Miền ngoài của hình chữ nhật có bốn đỉnh là giao của $x = 0, x = 3, y = -2, y = 4$.

D. Miền trong của hình chữ nhật có bốn đỉnh là giao của $x = 0, x = 3, y = -2, y = 4$.

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có $\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ -2 \leq y \leq 4 \end{cases}$ nên suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là miền trong của hình chữ nhật có bốn đỉnh là giao của $x = 0, x = 3, y = -2, y = 4$.

Câu 16. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| \leq 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là:

- A. Đường tròn $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.
B. Những điểm nằm trong đường tròn $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$
C. Những điểm nằm trong và nằm trên đường tròn $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$
D. Những điểm nằm ngoài đường tròn $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|a + bi - 1 + 2i| \leq 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 4 \Rightarrow$ Đáp án C.

Câu 17. Cho các số phức z thỏa mãn $2 \leq |z| \leq 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là:

- A. Hình tròn. B. Hình quạt. C. E – líp. D. Hình vành khăn.

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$2 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 3 \Leftrightarrow 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \Rightarrow$ Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm O có bán kính lần lượt là 2 và 3.

Câu 18. Cho các số phức z thỏa mãn $|2z + \bar{z} + 1| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính đường tròn đó là:

- A. 4. B. 2. C. 9. D. 3.

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$|2x + 2yi + x - yi + 1| = 3 \Leftrightarrow |3x + 1 + yi| = 3 \Leftrightarrow (3x + 1)^2 + y^2 = 9$. Suy ra bán kính là 3.

Câu 19. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 3i + 1| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I đường tròn đó là:

- A. $I(1; 3)$ B. $I(-1; 3)$ C. $I(1; -3)$ D. $I(-1; -3)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi + 1 + 3i| = 4 \Leftrightarrow |x + 1 + (y + 3)i| = 4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 16 \Rightarrow I(-1; -3)$$

Câu 20. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 3i + 1| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính đường tròn đó là:

A. 2B. 4C. 8D. 16

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi + 1 + 3i| = 4 \Leftrightarrow |x + 1 + (y + 3)i| = 4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 16 \Rightarrow \text{Bán kính là } 4.$$

Câu 21. Cho các số phức z thỏa mãn $|2z + \bar{z} + 1| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

A. $I\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ B. $I\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ C. $I\left(0; \frac{1}{3}\right)$ D. $I\left(0; -\frac{1}{3}\right)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|2x + 2yi + x - yi + 1| = 3 \Leftrightarrow |3x + 1 + yi| = 3 \Leftrightarrow (3x + 1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow I\left(-\frac{1}{3}; 0\right).$$

Câu 22. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

A. $I(0; 0)$ B. $I(0; 1)$ C. $I(0; -1)$ D. $I(1; 0)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x - yi + 2i| = 1 \Leftrightarrow |x + (-y + 2)i| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 1 \Rightarrow I(0; 2)$$

Câu 23. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:

A. $r = 1$ B. $r = 4$ C. $r = 2$ D. $r = 5$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x - yi + 2i| = 1 \Leftrightarrow |x + (-y + 2)i| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 1 \Rightarrow r = 1.$$

Câu 24. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1| + |z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó là:

- A. $I(-1; 0)$ B. $I(1; 0)$ C. $I(0; 1)$ D. $I(0; -1)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - 1| + |x - yi - 1| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow I(1; 0)$$

Câu 25. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1| + |z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là:

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - 1| + |x - yi - 1| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow r = 1.$$

Câu 26. Cho các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính đường tròn ấy là:

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\sqrt{\frac{3}{8}}$ D. $\frac{9}{64}$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left| \frac{z}{z-i} \right| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + (b-1)^2}} = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{9}{4}b + \frac{9}{8} = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64} \Rightarrow r = \frac{3}{8}.$$

Câu 27. Cho các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

- A. $I\left(0; \frac{9}{8}\right)$ B. $I\left(0; -\frac{9}{8}\right)$ C. $I\left(\frac{9}{8}; 0\right)$ D. $I\left(-\frac{9}{8}; 0\right)$

Lời giải: Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left| \frac{z}{z-i} \right| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + (b-1)^2}} = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{9}{4}b + \frac{9}{8} = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64} \Rightarrow I\left(0; \frac{9}{8}\right).$$

Câu 28. Cho các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là :

A. Đường E – líp. B. Đường tròn. C. Đường thẳng. D. Hình vành khăn.

Lời giải: Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left| \frac{z}{z-i} \right| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + (b-1)^2}} = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{9}{4}b + \frac{9}{8} = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Câu 29. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 4i| + |z - 4i| = 4$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là:

- A. Đường cong $(C): \sqrt{x^2 + (y+4)^2} = 4$
 B. Đường cong $(C): \sqrt{x^2 + (y+4)^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2} = 4$
 C. Đường tròn $x^2 + (y+4)^2 = 16$
 D. Đường tròn $x^2 + (y-4)^2 = 16$.

Lời giải: Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$|x + yi + 4i| + |x + yi - 4i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y+4)^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2} = 4 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Câu 30. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $u = \frac{z + 2 + 3i}{z - i}$ là một số thuần ảo. Là đường tròn tâm

$I(a; b)$, bán kính bằng $\sqrt{c}$, Tính tổng $a + b + c$

- A. 3 B. 2 C. -3 D. 0

Lời giải

$$\text{Giả sử } z = a + ib \ (a, b \in \mathbb{R}), \text{ khi đó } u = \frac{a + 2 + bi + 3i}{a + (b-1)i} = \frac{(a + 2 + (b+3)i)(a - (b-1)i)}{a^2 + (b-1)^2}$$

Tử số bằng $a^2 + b^2 + 2a + 2b - 3 + 2(2a - b + 1)i$

$$u \text{ là số thuần ảo khi và chỉ khi } \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a + 2b - 3 = 0 \\ 2a - b + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b+1)^2 = 5 \\ (a;b) \neq (0;1), (-2;-3) \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1;-1)$, bán kính bằng $\sqrt{5}$, khuyết 2 điểm $(0;1)$ và $(-2;-3)$.

Câu 31. Quĩ tích các điểm M biểu diễn số phức $\omega = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ biết số phức z thỏa mãn: $|z - 1| \leq 2$ (1).

A. Là đường tròn có bán kính 16

B. Là hình tròn tâm $I(1,2)$

C. Là đường tâm $I(1,2)$

D. Là hình tròn bán kính 4

Lời giải

Giả sử $\omega = a + bi$

$$\text{Ta có } a + bi = (1 + i\sqrt{3})z + 2 \Leftrightarrow z = \frac{a - 2 + bi}{1 + i\sqrt{3}} \Leftrightarrow z - 1 = \frac{a - 3 + (b - \sqrt{3})i}{1 + i\sqrt{3}}$$

$$(1) \Leftrightarrow \left| \frac{a - 3 + (b - \sqrt{3})i}{1 + i\sqrt{3}} \right| \leq 2 \Leftrightarrow \frac{|a - 3 + (b - \sqrt{3})i|}{|1 + i\sqrt{3}|} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(a - 3)^2 + (b - \sqrt{3})^2}}{2} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b - \sqrt{3})^2 \leq 16$$

Vậy quỹ tích các điểm M biểu diễn số phức là hình tròn $(x - 3)^2 + (y - \sqrt{3})^2 \leq 16$ (kể cả những điểm nằm trên biên).

Câu 32.: Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn: $|z - 1 + 2i| = 2$ là đường tròn tâm $I(a;b)$, bán kính $R = c$

Chọn phát biểu đúng :

A. $a + b = 1$

B. $a.c = 2$

C. $b + c = 0$

D. $a - c = -1$

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

$$\text{Ta có: } z - 1 + 2i = (x - 1) + (y + 2)i$$

Theo đề bài: $|z - 1 + 2i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là *đường tròn tâm* $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$

Câu 33. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$

là *đường thẳng* $\Delta: ax + by + c = 0$

Tính $a.b+c$. Chọn đáp án đúng

Chọn phát biểu đúng :

A.2 B.3 C.1 D.0

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $z - 1 + i = (x-1) + (y+1)i; \bar{z} + 1 - 2i = (x+1) + (-y-2)i$

Theo đề bài: $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (-y-2)^2}$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x+1)^2 + (y+2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x + y = 0$$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là *đường thẳng* $\Delta: 2x + y = 0$

Câu 34: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $u = \frac{z + 2 + 3i}{z - i}$ là một số thuần ảo. Là một đường tròn tâm $I(a; b)$

Tính tổng $a + b$

A.2 B.1 **C.-2** D.3

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

$$\text{Khi đó } u = \frac{z + 2 + 3i}{z - i} = \frac{x + 2 + yi + 3i}{x + (y-1)i} = \frac{[x + 2 + (y+3)i][x - (y-1)i]}{x^2 + (y-1)^2}$$

Từ số bằng: $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 + 2(2x - y + 1)i$; u là số thuần ảo khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0 \\ x^2 + (y-1)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 = 5 \\ x^2 + (y-1)^2 \neq 0 \end{cases}$$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$, loại đi điểm $(0; 1)$.

Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z+2-3i}{\bar{z}-4+i} \right| = 1$

là đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$

Tính $a.b.c$. Chọn đáp án đúng

A. 2

B. 1

C. 3

D. 3

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

Khi đó giả thiết tương đương với

$$|z+2-3i| = |\bar{z}-4+i| \Rightarrow |x+2+(y-3)i| = |x-4-(y-1)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-3)^2 = (x-4)^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow 3x - y - 1 = 0$$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường thẳng $3x - y - 1 = 0$

Câu 36. Cho số phức $z = a + ai (a \in \mathbb{R})$. Trong mặt phẳng phức tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức z khi a thay đổi là:

A. Đường thẳng $y = x$

B. Đường thẳng $y = ax$

C. Đường thẳng $y = ax - a$

D. Đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$

Chọn A.

Số phức đã cho có điểm biểu diễn là $M(a; a)$. Do đó khi a thay đổi thì tập hợp các điểm M nằm trên đường thẳng có phương trình $y = x$.

Câu 37. Trên mặt phẳng phức, tập hợp mọi số phức z thỏa mãn $|z-i|=1$ là đường tròn có phương trình nào sau đây ?

A. $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 - 2x + y - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 2y = 0$

Chọn D

Đặt $z = x + iy (x, y \in \mathbb{R})$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức

$$\Rightarrow z - i = x + (y - 1)i \Rightarrow |z - i| = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2}$$

Theo giả thiết $|z - i| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y = 0$

Câu 38. Trên mặt phẳng phức, tích phân hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z| \leq 3$ là

A. Hình tròn tâm O, bán kính $R = 3$

B. Hình tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{3}$

C. Hình tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 3$

D. Hình tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = 3$

Chọn A

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$), $M(x, y)$ là điểm biểu diễn z trên mặt phẳng phức.

Giả thiết $|z| \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \leq 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 9$ (Chọn câu A)

Câu 39. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z + 2i| \leq 1$ là

A. Hình tròn tâm $I(0; 2)$, bán kính $R = 1$

B. Hình tròn tâm $I(0; -2)$, bán kính $R = 1$

C. Hình tròn tâm $I(-2; 0)$, bán kính $R = 1$

D. Đường tròn tâm $I(0; -2)$, bán kính $R = 1$

Chọn B

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) và $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức

$$\Rightarrow z + 2i = x + (y + 2)i \Rightarrow |z + 2i| = \sqrt{x^2 + (y + 2)^2}$$

Theo giả thiết $|z + 2i| \leq 1 \Leftrightarrow x^2 + (y + 2)^2 \leq 1$

Câu 40 Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là:

A. Đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 1$

B. Đường tròn tâm $I(\sqrt{3}; 0)$, bán kính $R = \sqrt{3}$

C. Parabol $y = \frac{x^2}{4}$

D. Parabol $x = \frac{y^2}{4}$

Chọn C

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức

Ta có: $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2|x + (y - 1)i| = 2|(y + 1)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(y + 1)^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y + 1 = y^2 + 2y + 1 \Leftrightarrow x^2 = 4y$

Câu 41: Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z - \bar{z} + 1 - i| = 2$. **Chọn đáp án đúng:**

A. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng song song với trục hoành $y = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

B. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = 4x^2 - 4x - 2$

C. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(1; 2)$, $R = 4$

D. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một hình tròn tâm $I(1; 2)$, $R = 4$

Giải:

$|z - \bar{z} + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - x + yi + 1 - i| = 2$

$\Leftrightarrow |1 + (2y - 1)i| = 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (2y - 1)^2} = 2 \Leftrightarrow 4y^2 - 4y - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng song song với trục hoành $y = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

Câu 42 : Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|2iz - 1| = 2|z + 3|$. **Chọn đáp án đúng:**

A. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(1; 4)$, $R = 4$

B. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một hình tròn tâm $I(1; 4)$, $R = 4$

C. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = 6x^2 + \frac{35}{4}$

D. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường thẳng $y = 6x + \frac{35}{4}$

Giải:

$$\begin{aligned} |2iz - 1| = 2|z + 3| &\Leftrightarrow |2i(x + yi) - 1| = 2|x + yi + 3| \\ &\Leftrightarrow |-2y - 1 + 2xi| = 2|x + 3 + yi| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(-2y - 1)^2 + 4x^2} = 2\sqrt{(x + 3)^2 + y^2} \\ &\Leftrightarrow (-2y - 1)^2 + 4x^2 = 4[(x + 3)^2 + y^2] \Leftrightarrow y = 6x + \frac{35}{4} \end{aligned}$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường thẳng $y = 6x + \frac{35}{4}$

Câu 43: Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z + 3| = 1$. **Chọn đáp án đúng:**

A. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(-3; 0), R = 1$

B. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = 1 - (x + 3)^2$

C. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường thẳng $y^2 = 1 - (x + 3)^2$

D. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một hình tròn tâm $I(-3; 0), R = 1$

Giải:

$$\begin{aligned} |z + 3| = 1 &\Leftrightarrow |(x + yi) + 3| = 1 \\ &\Leftrightarrow |x + 3 + yi| = 1 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2 + y^2} = 1 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + y^2 = 1 \end{aligned}$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(-3; 0), R = 1$

Câu 44: Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z + 1| < 1$. **Chọn đáp án đúng:**

A. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(-1; 0), R = 1$

B. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là hình tròn tâm $I(-1; 0), R = 1$

C. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường thẳng $y = x + 1$

D. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = 1 - (x+1)^2$

Giải:

$$|z+1| \leq 1 \Leftrightarrow |x+yi+1| \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + y^2} \leq 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 \leq 1$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là hình tròn

Biểu diễn số phức

Câu 1. Cho các số phức $z_1 = 1; z_2 = 2 + 2i, z_3 = -1 + 3i$ được biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là M, N, P , các điểm này lần lượt là trung điểm của ba cạnh tam giác EFH. Tọa độ trọng tâm G của tam giác EFH là:

- A. (2;3) B. (3;2) C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$

Chọn (D): $M(1;0), N(2;2), P(-1;3)$ là điểm biểu diễn các số phức trên.

Hai tam giác EFH và MNP có 3 trung tuyến trùng nhau từng đôi một nên có cùng trọng tâm G.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1+2-1}{3} = \frac{2}{3} \\ y_G = \frac{0+2+3}{3} = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

Câu 2. Cho 2 số phức $z_1 = -3 + 4i$ và $z_2 = 7 + 2i$ được biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là hai điểm M và N. Đường tròn đường kính MN có phương trình là:

- A. $x(x+3) + y(y-4) = 0$ B. $x(x-3) + y(y+4) = 0$
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 26$ D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

Chọn (C): Trong mặt phẳng oxy 2 điểm $M(-3;4), N(7;2) \Rightarrow$ Tâm $I(2;3)$

$$\text{Bán kính } R = \frac{MN}{2} = \frac{\sqrt{104}}{2} = \sqrt{26} \Rightarrow (C): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 26$$

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z = 4 + 2i$. Phương trình đường trung trực của đoạn OM là:

- A. $x + 2y + 5 = 0$ B. $2x + y - 5 = 0$ C. $x - 2y + 5 = 0$ D. $2x + y + 5 = 0$

Chọn (B): Gọi (Δ) là trung trực của đoạn OM

$\Rightarrow (\Delta)$ qua trung điểm I của $OM \Rightarrow I(2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{OM} = (4;2)$

$\Rightarrow (\Delta): 4(x-2) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y - 10 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 5 = 0$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm M, N, P là điểm biểu diễn của 3 số phức :
 $z_1 = 8 + 3i; z_2 = 1 + 4i; z_3 = 5 + xi$. Với giá trị nào của x thì tam giác MNP vuông tại P?

- A. 1 và 2 B. 0 và 7 C. -1 và -7 D. 3 và 5

Chọn (B): Ta có 3 điểm $M(8;3), N(1;4), P(5; x)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MP} = (-3; x-3); \overrightarrow{NP} = (4; x-4)$

Để $\triangle MNP$ vuông tại $P \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NP} = 0$

$\Leftrightarrow -12 + (x-3)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 7$

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác MNP với M, N, P là 3 điểm biểu diễn của các số phức
 $z_1 = 1 - i; z_2 = 3 + i; z_3 = 5 - 5i$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP là:

- A. (4;2) B. (-4;2) C. (4;-4) D. (4;-2)

Chọn (D): $M(1;-1), N(3;1), P(5;-5)$

$I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} MI^2 = NI^2 \\ MI^2 = PI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-1)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow I(4;-2)$$

Câu 6. Trong mặt phẳng oxy M, N, P là tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -5 + 6i; z_2 = -4 - i; z_3 = 4 + 3i$. Tọa độ trực tâm H của tam giác MNP là:

- A. (3;1) B. (-1;3) C. (2;-3) D. (-3;2)

Chọn (D): $M(-5;6), N(-4;-1), P(4;3)$

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm $\triangle MNP$, ta có: $\overrightarrow{MH} = (x+5; y-6); \overrightarrow{NP} = (8;4); \overrightarrow{NH} = (x+4; y+1)$

$$\overrightarrow{MP} = (9; -3) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \\ \overrightarrow{NH} \cdot \overrightarrow{MP} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x+5) + 4(y-6) = 0 \\ 9(x+4) - 3(y+1) = 0 \end{cases} \Rightarrow H(-3; 2)$$

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác MNP có M, N, P là điểm biểu diễn của số phức

$z_1 = 1 + 2i; z_2 = -3 + i; z_3 = x + yi$ và O là trọng tâm. Tọa độ đỉnh P là:

- A. (3; -2) B. (2; -3) C. (2; 1) D. (1; -3)

Chọn (B). $M(1; 2), N(-3; 1), P(x_p; y_p)$

O là trọng tâm tam giác MNP

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M + x_N + x_P = 3x_O \\ y_M + y_N + y_P = 3y_O \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3 + x_p = 0 \\ 2 + 1 + y_p = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_p = 2 \\ y_p = -3 \end{cases} \text{ . Vậy } P(2; -3)$$

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm M, N . là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = m + 2i; z_2 = 4 - 2i$ Nếu

$MN = 5$ thì tất cả các giá trị của m là:

- A. 1 và 7 B. 7 C. -1 và -7 D. -7

Chọn (A). $M(m; 2), N(4; -2)$

$$MN = 5 \Leftrightarrow MN^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow (4 - m)^2 + 16 = 25 \Leftrightarrow 16 - 8m + m^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 7 = 0 \Leftrightarrow m = 1, m = 7$$

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm M, N, P là điểm biểu diễn của các số phức

$z_1 = 1; z_2 = -1 - 2i; z_3 = -3i$ Điểm E thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{ME} = 3\overrightarrow{NE} - 4\overrightarrow{PE}$. Tọa độ điểm E là”

- A. (2; -3) B. (3; -2) C. (3; 4) D. (-3; -4)

Chọn (A). $M(1; 0), N(-1; -2), P(0; -3), E(x; y)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{ME} = (x - 1; y)$$

$$\overrightarrow{NE} = (x + 1; y + 2)$$

$$\overrightarrow{PE} = (x; y + 3)$$

$$\overline{ME} = 3\overline{NE} - 4\overline{PE} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 3(x+1) - 4x \\ y = 3(y+2) - 4(y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy $E(2; -3)$

Ví dụ: Xét các điểm A, B, C trong mặt phẳng theo thứ tự biểu diễn các số phức

$$\frac{4i}{i-1}; (1-i)(1+2i); \frac{2+6i}{3-i}$$

- Chứng minh ABC là tam giác vuông cân
- Tìm số phức biểu diễn điểm D sao cho ABCD là hình vuông

Gợi ý:

a) Ta có $\frac{4i}{i-1} = 2 - 2i$. Vậy $A(2; -2)$

$(1-i)(1+2i) = 3+i$, suy ra $B(3; 1)$

Tương tự $\frac{2+6i}{3-i} = 2i$, vậy $C(0; 2)$

Lúc đó, ta có: $BC^2 = 10, BA^2 = 10, CA^2 = 20 \Rightarrow \begin{cases} AB = BC \\ AC^2 = AB^2 + BC^2 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Tam giác ABC vuông cân tại B.

- Gọi D là đỉnh thứ tư của hình vuông ABCD. Do ABC là tam giác vuông cân nên yêu cầu bài toán tương đương với

$$\overline{BA} = \overline{CD} \Leftrightarrow (-1; -3) = (x_D; y_D - 2) \Rightarrow \begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = -1 \end{cases} \Leftrightarrow D(-1; -1)$$

vậy D biểu diễn số phức $z = -1 - i$

LUYỆN TẬP

Câu1. Cho số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z^2 + \bar{z}| = 2 \\ |z| = 2 \end{cases}$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ không thể

là là:

A. $M(-2;0)$

B. $M(2;0)$

C. $M(1;\sqrt{3})$

D. $M(1;-\sqrt{3})$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ (x^2 - y^2 + x)^2 + (2xy - y)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ (x^2 + y^2)^2 + (x^2 + y^2) - 6x(4 - x^2) + 2x^3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3} \\ x = -2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Đáp án đúng B.

Câu.2 Cho số phức z thỏa mãn $z - (1+i)\bar{z} = (1-2i)^2$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(10;3)$

B. $M(10;-3)$

C. $M(3;-10)$

D. $M(-3;-10)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$a + bi - (1+i)(a-bi) = -3-4i \Leftrightarrow -b + (2b-a)i = -3-4i \Leftrightarrow \begin{cases} -b = -3 \\ 2b-a = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow M(10;3)$$

Câu.3 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(2;3)$

B. $M(5;6)$

C. $M(-2;-3)$

D. $M(-5;6)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(1+i)(a+bi) + (3-i)(a-bi) = 2-6i \Leftrightarrow 4a-2b-2bi = 2-6i \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow M(2;3).$$

Câu.4 Cho số phức z thỏa mãn $z = (3+2i)(2-3i) + (1+i)^2 - 8$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(4;-3)$

B. $M(4;3)$

C. $M(-4;3)$

D. $M(-4;-3)$

Lời giải:

$$\text{Ta có } z = 6 - 9i + 4i - 6i^2 + t^2 + 2i + 1 - 8 = 4 - 3i \Rightarrow M(4;-3).$$

Câu.5 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i$. Điểm M biểu diễn số phức $w = 2z + 1$ trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(2;3)$

B. $M(-2;-3)$

C. $M(5;6)$

D. $M(-4;-6)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(1+i)(a+bi) + (3-i)(a-bi) = 2-6i \Leftrightarrow 4a-2b-2bi = 2-6i \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow w = 5+6i \Rightarrow M(5;6)$$

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn $z = (1+i)(3-2i) + \frac{1}{3+i}$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M\left(\frac{53}{10}; -\frac{9}{10}\right)$

B. $M\left(-\frac{53}{10}; -\frac{9}{10}\right)$

C. $M\left(\frac{53}{10}; \frac{9}{10}\right)$

D. $M\left(\frac{-53}{10}; \frac{9}{10}\right)$

Lời giải:

Ta có $z = 3 - 2i + 3i - 2i^2 + \frac{3-i}{\sqrt{3^2+1}} = \frac{53}{10} + \frac{9}{10}i \Rightarrow M\left(\frac{53}{10}; \frac{9}{10}\right)$.

Câu 7 Cho số phức z thỏa mãn $(i+1)z + 3i\bar{z} = \left(\frac{2i}{i-1}\right)^2$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M\left(-\frac{4}{7}; \frac{2}{7}\right)$

B. $M\left(\frac{4}{7}; -\frac{2}{7}\right)$

C. $M\left(\frac{4}{7}; \frac{2}{7}\right)$

D. $M\left(-\frac{4}{7}; -\frac{2}{7}\right)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(1+i)(a+bi) + 3i(a-bi) = -2i \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=0 \\ 4a+b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{4}{7} \\ b=\frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{4}{7}; \frac{2}{7}\right).$$

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn $(i+1)z + (2-3i)(1+2i) = 7+3i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

C. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$

Lời giải:

Ta có:

$$(1+i)z + (2-3i)(1+2i) = 7+3i \Leftrightarrow z = \frac{7-3i-(2-3i)(1+2i)}{1+i} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $z - 2\bar{z} = 3+4i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M\left(3; \frac{4}{3}\right)$

B. $M\left(-3; -\frac{4}{3}\right)$

C. $M\left(-3; \frac{4}{3}\right)$

D. $M\left(3; -\frac{4}{3}\right)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$x + yi - 2\bar{z} + 2yi = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 3 \\ 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(-3; \frac{4}{3}\right)$$

Câu 10. Cho số phức z thỏa mãn $z = i(3-2i) - (3-2i)$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(-1;5)$

B. $M(1;5)$

C. $M(-1;-5)$

D. $M(1;-5)$

Lời giải:

Ta có $z = 3i - 2i^2 - 3 + 2i = -1 + 5i \Rightarrow M(-1;5)$

Câu.11 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(2;1)$

B. $M(2;-1)$

C. $M(-1;2)$

D. $M(-2;-1)$

Lời giải:

Ta có: $\bar{z} = \frac{1+3i}{1+i} \Leftrightarrow \bar{z} = 2+i \Rightarrow z = 2-i \Rightarrow M(2;-1)$

Câu.12 Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1+i} = \bar{z} - \frac{1}{2}(3+i)$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(-4;1)$

B. $M(4;-1)$

C. $M(-4;-1)$

D. $M(4;1)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$\frac{a+bi}{1+i} = a-bi - \frac{1}{2}(3+i) \Leftrightarrow (a+b) + (-a+b)i = 2a-3 + (-2b-1)i \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow M(4;1)$$

Câu.13 Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z + (2-3i)\bar{z} = -2-2i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(1;-1)$

B. $M(1;1)$

C. $M(-1;1)$

D. $M(-1;-1)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(1+2i)(x+yi) + (2-3i)(x-yi) = -2-2i \Leftrightarrow (3x-5y) + (-x-y)i = -2-2i \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1).$$

Câu.14 Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4-3i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(1;-2)$

B. $M(1;2)$

C. $M(-1;2)$

D. $M(-1;-2)$

Lời giải:

$$\text{Ta có } z = \frac{4-3i}{2+i} = 1-2i \Rightarrow M(1;-2)$$

Câu.15 Cho số phức z thỏa mãn $z + (1-i)\bar{z} = 8-3i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(3;2)$

B. $M(-3;2)$

C. $M(3;-2)$

D. $M(-3;-2)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$a + bi + (1 - i)(a - bi) = 8 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 8 \\ -a = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow M(3; -2)$$

Câu.16 Cho số phức z thỏa mãn $z = (1 + i)(2 - i) - 8 + i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(-5; 2)$

B. $M(5; 2)$

C. $M(-5; -2)$

D. $M(5; -2)$

Lời giải:

Ta có $z = 2 - i + 2i - i^2 - 8 + i = -5 + 2i \Rightarrow M(-5; 2)$

Câu.17 Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(-2; -1)$

B. $M\left(\frac{21}{5}; -\frac{2}{5}\right)$

C. $M(2; -1)$

D. $M\left(\frac{-21}{5}; \frac{-2}{5}\right)$

Lời giải: Chọn C

Ta có: $\bar{z} = \frac{1 + 3i}{1 + i} = 2 + i \Rightarrow z = 2 - i \Rightarrow M(2; -1)$.

Câu.18 Cho số phức z thỏa mãn $z = (1 - 2i)(4 - 3i) - 2 + 8i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(-4; 3)$

B. $M(4; -3)$

C. $M(4; 3)$

D. $M(-4; -3)$

Lời giải:

Ta có $z = 4 - 3i - 8i + 6i^2 - 2 + 8i = -4 - 3i \Rightarrow M(-4; -3)$

Câu.19 Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 1 - 4i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(-4; 3)$

B. $M(3; -4)$

C. $M(3; 4)$

D. $M(-4; -3)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(1+i)(a+bi) + (2-i)(a-bi) = 1-4i \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow M(3; 4)$$

Câu.20. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2 - 6i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(2; 3)$

B. $M(-2; 3)$

C. $M(2; -3)$

D. $M(-2; -3)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2 - 6i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + (3-i)(a-bi) = 2 - 6i \Leftrightarrow 4a - 2b - 2bi = 2 - 6i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 2 \\ -2b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 3i \Rightarrow M(2; 3)$$

Câu.21 Cho số phức z thỏa mãn $1 + \bar{z} = |\bar{z} - i|^2 + (iz - 1)^2$ và phần thực dương. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(1; 2)$

B. $M(1; -2)$

C. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

D. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$1 + a - bi = |a - (b+1)i|^2 + (-b-1+ai)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 + a - bi = 2(b+1)^2 - 2a(b+1)i \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + a = 2(b+1)^2 \\ b = 2a(b+1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{b}{2(b+1)} = 2(b+1)^2, (b \neq -1) \Leftrightarrow (b+2)(2b+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M(1; -2)$$

Câu.22 Cho số phức z thỏa mãn $2(z+1) = 3\bar{z} + i(5-i)$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(1; -1)$

B. $M(1; 1)$

C. $M(1; -1)$

D. $M(-1; -1)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$2(z+1) = 3\bar{z} + i(5-i) \Leftrightarrow 2(a+bi+1) = 3(a-bi) + 1 + 5i \Leftrightarrow a-1 + 5(1-b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow M(1; 1)$$

Câu.23 Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 2z = 3 - 2i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(1; 2)$

B. $M(-1; 2)$

C. $M(1; -2)$

D. $M(-1; -2)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(a - bi) + 2(a + bi) = 3 - 2i \Leftrightarrow 3a + bi = 3 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow M(1; -2)$$

Câu.24 Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z + (1 - i)\bar{z} = -5 + 4i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(1; 2)$

B. $M(-1; 2)$

C. $M(1; -2)$

D. $M(-1; -2)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(2 + 3i)z + (1 - i)\bar{z} = -5 + 4i \Leftrightarrow (2 + 3i)(x + yi) + (1 - i)(x - yi) = -5 + 4i \Leftrightarrow 3x - 4y + (2x + y)i = -5 + 4i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + 2i \Rightarrow M(1; 2).$$

Câu.25 Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 - 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(2; 1)$

B. $M(-2; 1)$

C. $M(2; -1)$

D. $M(-2; -1)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$$

$$\Leftrightarrow -a - 3b + (-3a + 3b)i = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ -3a + 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1)$$

Câu.26 Cho số phức z thỏa mãn $(z - i)(1 - 2i) - 1 - 3i = 0$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(1; -2)$

B. $M(1; 2)$

C. $M(-1; -2)$

D. $M(-1; 2)$

Lời giải:

Ta có $(z - i)(1 - 2i) - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow z - i = -1 + i \Leftrightarrow z = -1 + 2i \Rightarrow M(-1; 2)$

Câu 26b. Cho số phức z thỏa mãn $z = \frac{-1 + 2i}{1 + i} + \frac{3 + i}{2}$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(1; 1)$

B. $M(1; 2)$

C. $M(-1; 1)$

D. $M(-1; -1)$

Lời giải:

Ta có $z = \frac{(-1 + 2i)(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} + \frac{3 + i}{2} = 1 + 2i \Rightarrow M(1; 2)$

Chọn B

Câu.27 Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 1 + 7i$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(2; -2)$

B. $M(2; 2)$

C. $M(-2; 2)$

D. $M(-2; -2)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$(1-i)z + (2+i)\bar{z} = 2+2i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi) + (2+i)(a-bi) = 2+2i$$

$$\Leftrightarrow 3a+2b-bi = 2+2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b=2 \\ -b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-2 \end{cases} \Rightarrow M(2; -2)$$

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $|z-4|=|z|$ và $(z+4)(\bar{z}+2i)$ là số thực. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M(2; -3)$

B. $M(2; 3)$

C. $M(-2; 3)$

D. $M(-2; -3)$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết cho ta:

$$\begin{cases} (a-4)^2 + b^2 = a^2 + b^2 \\ (6+bi)[2+(2-b)i] = 12 - b(2-b) + (12-4b)i \Rightarrow 12-4b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ a=2 \end{cases} \Rightarrow M(2; 3)$$

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z + 1 + i = 5 - z$. Điểm M biểu diễn số phức z trong hệ tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $M\left(\frac{1}{13}; -\frac{5}{13}\right)$

B. $M\left(\frac{1}{13}; \frac{5}{13}\right)$

C. $M\left(-\frac{1}{13}; \frac{5}{13}\right)$

D. $M\left(\frac{5}{13}; -\frac{14}{13}\right)$

Lời giải: Chọn D

Ta có: $GT \Leftrightarrow (2+3i)z = 4-i \Leftrightarrow z = \frac{4-i}{2+3i} = \frac{5}{13} - \frac{14}{13}i \Rightarrow M\left(\frac{5}{13}; -\frac{14}{13}\right)$.

Copy thêm

Câu.30. Trên mặt phẳng phức, nếu $A(1;2)$ thì điểm B đối xứng qua trục tung của A là điểm biểu diễn của số phức:

- (A) $2+i$ (B) $2-i$ (C) $-1+2i$ (D) $-2-i$

Chọn (C)

Câu.31 Trên mặt phẳng phức, tập hợp các số $z = x + yi$ sao cho z^2 là số thực được biểu diễn bởi:

- (A) đường có phương trình $xy = 0$
 (B) đường có phương trình $x = 0$
 (C) đường có phương trình $y = 0$
 (D) nửa mặt phẳng bờ là Ox.

Chọn (A). Ta có $z^2 = (x + yi)^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$. Như thế, z^2 là số thực khi và chỉ khi $xy = 0$

Câu.32. Trong mặt phẳng phức, giả sử số phức $a+bi$ được biểu diễn là (a,b) . Câu nào sau đây đúng?

- (1) $(a,b) + (a',b') = (a+a', b+b')$
 (2) $(a+b)i + (a'+b')i = (a+a') + (b+b')i$

Trong hai khẳng định trên:

- (A) Chỉ có (1) đúng (B) Chỉ có (2) đúng (C) Cả hai đều đúng (D) Cả hai đều sai.

Chọn (A). Ta phải viết đúng:

$$(a+bi) + (a'+b'i) = (a+a') + (b+b')i$$

Câu.33 Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $a+bi$ trong mặt phẳng phức. Hãy xét các câu sau:

- (1) môđun của $a+bi$ là bình phương khoảng cách OP .
 (2) Nếu P là biểu diễn của số $3+4i$ thì khoảng cách từ O đến P bằng 7.

Trong hai câu trên

- (A) Chỉ có (1) đúng (B) Chỉ có (2) đúng (C) Cả hai đều đúng (D) Cả hai đều sai.

Chọn (D). Phải sửa lại:

(1) môđun của $a + bi$ là khoảng cách OP

(2) Nếu P là biểu diễn của số $3 + 4i$ thì khoảng cách từ O đến P bằng $|3 + 4i| = 5$

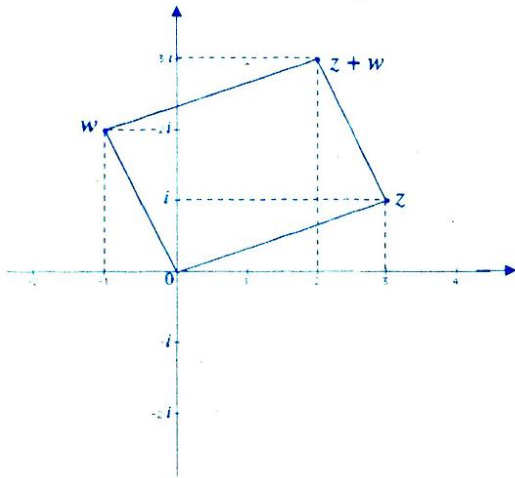
Câu.34 Trên hình vẽ sau, các số phức $z, w, z + w$ lần lượt là:

(A) $z = 3 + i, w = -1 - 2i, z + w = -2 + 3i$

(B) $z = 3 - i, w = 1 + 2i, z + w = 2 + 3i$

(C) $z = 3 + i, w = -1 + 2i, z + w = 2 + 3i$

(D) $z = 3 - i, w = -1 + 2i, z + w = -2 + 3i$



Chọn (C)

Tập hợp số phức.

Câu 1 : Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z + \bar{z} + 3| = 4$.

$$|z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + x - yi + 3| = 4$$

$$\Leftrightarrow |2x + 3| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(2x + 3)^2} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng song song với trục tung $x = \frac{1}{2}; x = -\frac{7}{2}$

Câu 2. Cho các số phức z thỏa mãn $|2i - 2\bar{z}| = |2z - 1|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là:

A. Đường thẳng. B. Đường tròn. C. Một điểm xác định. D. E – líp

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

Từ giả thiết ta có:

$$\begin{aligned} |2i - 2(x - yi)| &= |2(x + yi) - 1| \Leftrightarrow |-2x + (2y + 2)i| = |(2x - 1) + 2yi| \\ \Leftrightarrow 4x^2 + 4(y^2 + 2y + 1) &= (4x^2 - 4x + 1) + 4y^2 \Leftrightarrow 4x + 8y + 3 = 0 \end{aligned}$$

Suy ra đáp án A.

Câu 3. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z , biết z thỏa mãn: $\left| \frac{z + 2 - 3i}{z - 4 + i} \right| = 1$ (*)

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Giả sử } z = x + yi \text{ (*)} &\Leftrightarrow |x + 2 + (y - 3)i| = |x - 4 - (y - 1)i| \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = (x - 4)^2 + (y - 1)^2 \\ &\Leftrightarrow 3x - y - 1 = 0 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $3x - y - 1 = 0$.

Câu 4. ĐẠI HỌC KHỐI B NĂM 2010

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn:

$$|x - i| = |(1 + i)z|$$

Giải

Giả sử $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$)

Suy ra: $z - i = x + (y - 1)i$ và $(1 + i)z = (1 + i)(x + yi) = (x - y) + (x + y)i$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |z - i| &= |(1 + i)z| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(x - y)^2 + (x + y)^2} \\ \Leftrightarrow x^2 + (y^2 - 2y + 1) &= 2(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 2 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn tâm $I(0; -1)$ có bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 5. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 1 - i| \leq 1$

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $\bar{z} + 1 - i = (x+1) + (-y-1)i$

Theo đề bài: $|z + 1 - i| \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (-y-1)^2} \leq 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 1$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là hình tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 1$

Câu 6. Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z - \bar{z} + 2i| = 2|z - i|$.

Giải:

$$\begin{aligned} |z - \bar{z} + 2i| = 2|z - i| &\Leftrightarrow |x + yi - x + yi + 2i| = 2|x + yi - i| \\ &\Leftrightarrow |(2y+2)i| = 2|x + (y-1)i| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(2y+2)^2} = 2\sqrt{x^2 + (y-1)^2} \\ &\Leftrightarrow (2y+2)^2 = 4(x^2 + (y-1)^2) \Leftrightarrow y = \frac{4x^2}{16} \end{aligned}$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = \frac{4x^2}{16}$

Câu 7.: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z^2 - (\bar{z})^2| = 4$

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $z^2 = x^2 + y^2 + 2xyi$; $\bar{z}^2 = x^2 + y^2 - 2xyi$

$$\text{Theo đề bài: } z^2 - (\bar{z})^2 = 4xyi \Rightarrow |z^2 - (\bar{z})^2| = 4 \Leftrightarrow 4|xy| = 4 \Leftrightarrow |xy| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = -\frac{1}{x} \end{cases}$$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là hai đường hyperbol $(H_1): y = \frac{1}{x}$ và $(H_2): y = -\frac{1}{x}$

LUYỆN TẬP

Câu 1. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó có tọa độ là:

A. $I(1; 1)$ B. $I(0; 1)$ C. $I(1; -1)$ D. $I(-1; 0)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|z - 1 + i| = 1 \Leftrightarrow |(x-1) + (y+1)i| = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \Rightarrow I(1; -1)$$

Câu 2. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó là

- A. $R = 1$ B. $R = 2$ C. $R = 4$ D. $R = 8$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|z - 1 + i| = 1 \Leftrightarrow |(x-1) + (y+1)i| = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \Rightarrow R = 1.$$

Câu 3. Cho các số phức z thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

- A. $I(1; -2)$ B. $I(1; 2)$ C. $I(-1; 2)$ D. $I(-1; -2)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|zi - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x-1)i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \Rightarrow I(1; -2)$$

Câu 4. Cho các số phức z thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:

- A. $r = 1$ B. $r = 4$ C. $r = 2$ D. $r = 16$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|zi - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x-1)i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \Rightarrow r = 2.$$

Câu 5. Cho các số phức z thỏa mãn $|-2 + i(z-1)| = 5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

- A. $I(1; -2)$ B. $I(1; 2)$ C. $I(-1; 2)$ D. $I(-1; -2)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|-2 - i(x-1+yi)| = 5 \Leftrightarrow |-y-2+(x-1)i| = 5 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \Rightarrow I(1; -2)$$

Câu 6. Cho các số phức z thỏa mãn $|-2+i(z-1)|=5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn.

- A. $r=1$ B. $r=5$ C. $r=25$ D. $r=4$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|-2 - i(x-1+yi)| = 5 \Leftrightarrow |-y-2+(x-1)i| = 5 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \Rightarrow r=5.$$

Câu 7. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tọa độ tâm I của đường tròn đó là:

- A. $I(0;0)$ B. $I(1;1)$ C. $I(-1;-1)$ D. $I(1;-1)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có: $|x + yi| = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow I(0;0)$

Câu 8. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó là:

- A. $R=2$ B. $R=4$ C. $R=1$ D. $R=\sqrt{3}$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có: $|x + yi| = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow R=2$.

Câu 9. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

- A. $I(1;-2)$ B. $I(1;2)$ C. $I(-1;2)$ D. $I(-1;-2)$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow |x-1+(y+2)i| = 3 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \Rightarrow I(1;-2).$$

Câu 10. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:

- A. $r=9$ B. $r=3$ C. $r=2$ D. $r=4$

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 2)i| = 3 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9 \Rightarrow r = 3..$$

Câu 11. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} + 3| = 4$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trong mặt phẳng Oxy là:

A. Đường thẳng B. Đường tròn C. E – líp D. Một điểm xác định.

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có: $|x + yi + x - yi + 3| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$.

Suy ra đáp án đúng là A.

Câu 12. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - \bar{z} + 1 - i| = 2$.

A. Đường thẳng B. Đường tròn C. E – líp D. Một điểm xác định.

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - (x + yi + 1 - i)| = 2 \Leftrightarrow |1 + (2y - 1)i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1 + (2y - 1)^2} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Câu 13. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 8 - 4i| = 6$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là:

A. Đường thẳng B. Đường tròn C. E – líp D. Một điểm xác định.

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi + 8 - 4i| = 6 \Leftrightarrow |x + 8 + (y - 4)i| = 6 \Leftrightarrow (x + 8)^2 + (y - 4)^2 = 36 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Câu 14. Cho các số phức z thỏa mãn phần thực thuộc đoạn $[1; 3]$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là:

A. Đường thẳng $x = -2$.

B. Đường thẳng $x = 1$

C. Phần mặt phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = -2$ và $x = 1$.

D. Phần mặt phẳng không giới hạn bởi hai đường thẳng $x = -2$ và $x = 1$.

Lời giải:

Câu 15. Cho các số phức z thỏa mãn phần thực thuộc $[0; 3]$ và phần ảo thuộc đoạn $[-2; 4]$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn.

A. Phần mặt phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x = 3$ và $x = 0$

B. Phần mặt phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -2$ và $y = 4$

C. Miền ngoài của hình chữ nhật có bốn đỉnh là giao của $x = 0, x = 3, y = -2, y = 4$.

D. Miền trong của hình chữ nhật có bốn đỉnh là giao của $x = 0, x = 3, y = -2, y = 4$.

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có $\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ -2 \leq y \leq 4 \end{cases}$ nên suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là miền trong của hình chữ nhật có bốn đỉnh là giao của $x = 0, x = 3, y = -2, y = 4$.

Câu 16. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| \leq 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là:

A. Đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.

B. Những điểm nằm trong đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

C. Những điểm nằm trong và nằm trên đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

D. Những điểm nằm ngoài đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|a + bi - 1 + 2i| \leq 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 \leq 4 \Rightarrow$ Đáp án C.

Câu 17. Cho các số phức z thỏa mãn $2 \leq |z| \leq 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là:

A. Hình tròn. B. Hình quạt. C. E – lip. D. Hình vành khăn.

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$2 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 3 \Leftrightarrow 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \Rightarrow$ Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm O có bán kính lần lượt là 2 và 3.

Câu 18. Cho các số phức z thỏa mãn $|2z + \bar{z} + 1| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính đường tròn đó là:

A. 4 B. 2 C. 9 D. 3

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|2x + 2yi + x - yi + 1| = 3 \Leftrightarrow |3x + 1 + yi| = 3 \Leftrightarrow (3x + 1)^2 + y^2 = 9. \text{ Suy ra bán kính là } 3.$$

Câu 19. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 3i + 1| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I đường tròn đó là:

A. $I(1; 3)$ B. $I(-1; 3)$ C. $I(1; -3)$ D. $I(-1; -3)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi + 1 + 3i| = 4 \Leftrightarrow |x + 1 + (y + 3)i| = 4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 16 \Rightarrow I(-1; -3)$$

Câu 20. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 3i + 1| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính đường tròn đó là:

A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi + 1 + 3i| = 4 \Leftrightarrow |x + 1 + (y + 3)i| = 4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 16 \Rightarrow \text{Bán kính là } 4.$$

Câu 21. Cho các số phức z thỏa mãn $|2z + \bar{z} + 1| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

A. $I\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ B. $I\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ C. $I\left(0; \frac{1}{3}\right)$ D. $I\left(0; -\frac{1}{3}\right)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|2x + 2yi + x - yi + 1| = 3 \Leftrightarrow |3x + 1 + yi| = 3 \Leftrightarrow (3x + 1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow I\left(-\frac{1}{3}; 0\right).$$

Câu22. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

- A. $I(0;0)$ B. $I(0;1)$ C. $I(0;-1)$ D. $I(1;0)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x - yi + 2i| = 1 \Leftrightarrow |x + (-y + 2)i| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 1 \Rightarrow I(0;2)$$

Câu 23. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:

- A. $r = 1$ B. $r = 4$ C. $r = 2$ D. $r = 5$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x - yi + 2i| = 1 \Leftrightarrow |x + (-y + 2)i| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 1 \Rightarrow r = 1.$$

Câu24. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1| + |z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó là:

- A. $I(-1;0)$ B. $I(1;0)$ C. $I(0;1)$ D. $I(0;-1)$

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$|x + yi - 1| + |x - yi - 1| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow I(1;0)$$

Câu25. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1| + |z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là:

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

Lời giải:

Gọi $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$|x + yi - 1| + |x - yi - 1| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow r = 1$. **Câu 26.** Cho các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Bán kính đường tròn ấy là:

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\sqrt{\frac{3}{8}}$ D. $\frac{9}{64}$

Lời giải:

Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left| \frac{z}{z-i} \right| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + (b-1)^2}} = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{9}{4}b + \frac{9}{8} = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64} \Rightarrow r = \frac{3}{8}.$$

Câu 27. Cho các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tâm I của đường tròn đó là:

- A. $I\left(0; \frac{9}{8}\right)$ B. $I\left(0; -\frac{9}{8}\right)$ C. $I\left(\frac{9}{8}; 0\right)$ D. $I\left(-\frac{9}{8}; 0\right)$

Lời giải: Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left| \frac{z}{z-i} \right| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + (b-1)^2}} = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{9}{4}b + \frac{9}{8} = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64} \Rightarrow I\left(0; \frac{9}{8}\right).$$

Câu 28. Cho các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z}{z-i} \right| = 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là :

- A. Đường E – lip. B. Đường tròn. C. Đường thẳng. D. Hình vành khăn.

Lời giải: Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left| \frac{z}{z-i} \right| = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + (b-1)^2}} = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{9}{4}b + \frac{9}{8} = 0 \Leftrightarrow a^2 + \left(b - \frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{64} \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Câu 29. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 4i| + |z - 4i| = 4$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là:

- A. Đường cong $(C): \sqrt{x^2 + (y+4)^2} = 4$
 B. Đường cong $(C): \sqrt{x^2 + (y+4)^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2} = 4$

C. Đường tròn $x^2 + (y + 4)^2 = 16$

D. Đường tròn $x^2 + (y - 4)^2 = 16$.

Lời giải: Gọi $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$|x + yi + 4i| + |x + yi - 4i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y + 4)^2} + \sqrt{x^2 + (y - 4)^2} = 4 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Câu 30. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $u = \frac{z + 2 + 3i}{z - i}$ là một số thuần ảo. Là đường tròn tâm

$I(a; b)$, bán kính bằng $\sqrt{c}$, Tính tổng $a + b + c$

A.3

B.2

C.-3

D.0

Lời giải

Giả sử $z = a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$), khi đó $u = \frac{a + 2 + bi + 3i}{a + (b - 1)i} = \frac{(a + 2 + (b + 3)i)(a - (b - 1)i)}{a^2 + (b - 1)^2}$

Tử số bằng $a^2 + b^2 + 2a + 2b - 3 + 2(2a - b + 1)i$

$$u \text{ là số thuần ảo khi và chỉ khi } \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a + 2b - 3 = 0 \\ 2a - b + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 5 \\ (a; b) \neq (0; 1), (-2; -3) \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính bằng $\sqrt{5}$, khuyết 2 điểm $(0; 1)$ và $(-2; -3)$.

Câu 31. Quỹ tích các điểm M biểu diễn số phức $\omega = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ biết số phức z thỏa mãn: $|z - 1| \leq 2$ (1).

A. Là đường tròn có bán kính 16

B. Là hình tròn tâm $I(1, 2)$

C. Là đường tâm $I(1, 2)$

D. Là hình tròn bán kính 4

Lời giải

Giả sử $\omega = a + bi$

$$\text{Ta có } a + bi = (1 + i\sqrt{3})z + 2 \Leftrightarrow z = \frac{a - 2 + bi}{1 + i\sqrt{3}} \Leftrightarrow z - 1 = \frac{a - 3 + (b - \sqrt{3}i)}{1 + i\sqrt{3}}$$

$$(1) \Leftrightarrow \left| \frac{a-3+(b-\sqrt{3})i}{1+i\sqrt{3}} \right| \leq 2 \Leftrightarrow \frac{|a-3+(b-\sqrt{3})i|}{|1+i\sqrt{3}|} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(a-3)^2+(b-\sqrt{3})^2}}{2} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-\sqrt{3})^2 \leq 16$$

Vậy quỹ tích các điểm M biểu diễn số phức là hình tròn $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 \leq 16$ (kể cả những điểm nằm trên biên).

Câu 32.: Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn: $|z-1+2i|=2$ là đường tròn tâm $I(a;b)$, bán kính $R=c$

Chọn phát biểu đúng :

- A. $a+b=1$ B. $a.c=2$ C. $b+c=0$ D. $a-c=-1$

Gợi ý: Giả sử $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x;y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $z-1+2i=(x-1)+(y+2)i$

Theo đề bài: $|z-1+2i|=2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=4$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=2$

Câu 33. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=\overline{z}+1-2i$

là đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$

Tính $a.b+c$. Chọn đáp án đúng

Chọn phát biểu đúng :

- A.2 B.3 C.1 D.0

Gợi ý: Giả sử $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x;y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $z-1+i=(x-1)+(y+1)i; \overline{z}+1-2i=(x+1)+(-y-2)i$

Theo đề bài: $|z-1+i|=\overline{z}+1-2i \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}=\sqrt{(x+1)^2+(-y-2)^2}$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=(x+1)^2+(-y-2)^2 \Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2+2y+1=x^2+2x+1+y^2+4y+4$$

$$\Leftrightarrow 2x+y=0$$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là *đường thẳng* $\Delta: 2x + y = 0$

Câu 34: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $u = \frac{z+2+3i}{z-i}$ là một số thuần ảo. Là một đường tròn tâm

$I(a; b)$

Tính tổng $a + b$

A.2

B.1

C.-2

D.3

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

$$\text{Khi đó } u = \frac{z+2+3i}{z-i} = \frac{x+2+yi+3i}{x+(y-1)i} = \frac{[x+2+(y+3)i][x-(y-1)i]}{x^2+(y-1)^2}$$

Từ số bằng: $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 + 2(2x - y + 1)i$; u là số thuần ảo khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0 \\ x^2 + (y-1)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 = 5 \\ x^2 + (y-1)^2 \neq 0 \end{cases}$$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$, loại đi điểm $(0; 1)$.

Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z+2-3i}{\bar{z}-4+i} \right| = 1$

là *đường thẳng* $\Delta: ax + by + c = 0$

Tính $a.b.c$. Chọn đáp án đúng

A.2

B.1

C.3

D.3

Gợi ý: Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm $M(x; y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng (Oxy).

Khi đó giả thiết tương đương với

$$|z+2-3i| = |\bar{z}-4+i| \Rightarrow |x+2+(y-3)i| = |x-4-(y-1)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-3)^2 = (x-4)^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow 3x - y - 1 = 0$$

Kết luận: Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường thẳng $3x - y - 1 = 0$

Câu 36. Cho số phức $z = a + ai$ ($a \in \mathbb{R}$). Trong mặt phẳng phức tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức z khi a thay đổi là:

- A.** Đường thẳng $y = x$
- B.** Đường thẳng $y = ax$
- C.** Đường thẳng $y = ax - a$
- D.** Đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$

Chọn A.

Số phức đã cho có điểm biểu diễn là $M(a; a)$. Do đó khi a thay đổi thì tập hợp các điểm M nằm trên đường thẳng có phương trình $y = x$.

Câu 37. Trên mặt phẳng phức, tập hợp mọi số phức z thỏa mãn $|z - i| = 1$ là đường tròn có phương trình nào sau đây ?

- A.** $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ **B.** $x^2 + y^2 - 2x + y - 1 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$ **D.** $x^2 + y^2 - 2y = 0$

Chọn D

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) và $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức

$$\Rightarrow z-i = x+(y-1)i \Rightarrow |z-i| = \sqrt{x^2+(y-1)^2}$$

Theo giả thiết $|z-i|=1 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y = 0$

Câu 38. Trên mặt phẳng phức, tích phân hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z| \leq 3$ là

- A.** Hình tròn tâm O , bán kính $R = 3$
- B.** Hình tròn tâm O , bán kính $R = \sqrt{3}$
- C.** Hình tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R = 3$
- D.** Hình tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R = 3$

Chọn A

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$), $M(x, y)$ là điểm biểu diễn z trên mặt phẳng phức.

Giả thiết $|z| \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \leq 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 9$ (Chọn câu A)

Câu 39. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức thỏa mãn $|z + 2i| \leq 1$ là

- A.** Hình tròn tâm $I(0;2)$, bán kính $R=1$

B. Hình tròn tâm $I(0; -2)$, bán kính $R = 1$

C. Hình tròn tâm $I(-2; 0)$, bán kính $R = 1$

D. Đường tròn tâm $I(0; -2)$, bán kính $R = 1$

Chọn B

Đặt $z = x + iy (x, y \in \mathbb{R})$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức

$$\Rightarrow z + 2i = x + (y + 2i) \Rightarrow |z + 2i| = \sqrt{x^2 + (y + 2)^2}$$

Theo giả thiết $|z + 2i| \leq 1 \Leftrightarrow x^2 + (y + 2)^2 \leq 1$

Câu 40 Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là:

A. Đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 1$

B. Đường tròn tâm $I(\sqrt{3}; 0)$, bán kính $R = \sqrt{3}$

C. Parabol $y = \frac{x^2}{4}$

D. Parabol $x = \frac{y^2}{4}$

Chọn C

Đặt $z = x + iy (x, y \in \mathbb{R})$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức

Ta có: $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2|x + (y - 1)i| = 2|(y + 1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(y + 1)^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y + 1 = y^2 + 2y + 1 \Leftrightarrow x^2 = 4y$$

Câu 41: Gọi $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z - \bar{z} + 1 - i| = 2$. **Chọn đáp án đúng:**

A. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng song song với trục hoành $y = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

B. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = 4x^2 - 4x - 2$

C. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(1; 2), R = 4$

D. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một hình tròn tâm $I(1; 2)$, $R = 4$

Giải:

$$|z - \bar{z} + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - x + yi + 1 - i| = 2$$

$$\Leftrightarrow |1 + (2y - 1)i| = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (2y - 1)^2} = 2 \Leftrightarrow 4y^2 - 4y - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng song song với trục hoành $y = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

Câu 42 : Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|2i.z - 1| = 2|z + 3|$. **Chọn đáp án đúng:**

A. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(1; 4)$, $R = 4$

B. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một hình tròn tâm $I(1; 4)$, $R = 4$

C. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = 6x^2 + \frac{35}{4}$

D. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường thẳng $y = 6x + \frac{35}{4}$

Giải:

$$|2i.z - 1| = 2|z + 3| \Leftrightarrow |2i(x + yi) - 1| = 2|x + yi + 3|$$

$$\Leftrightarrow |-2y - 1 + 2xi| = 2|x + 3 + yi|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-2y - 1)^2 + 4x^2} = 2\sqrt{(x + 3)^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow (-2y - 1)^2 + 4x^2 = 4[(x + 3)^2 + y^2] \Leftrightarrow y = 6x + \frac{35}{4}$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường thẳng $y = 6x + \frac{35}{4}$

Câu 43: Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z + 3| = 1$. **Chọn đáp án đúng:**

A. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(-3; 0)$, $R = 1$

B. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = 1 - (x + 3)^2$

C. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường thẳng $y^2 = 1 - (x + 3)^2$

D. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một hình tròn tâm $I(-3; 0)$, $R = 1$

Giải:

$$|z + 3| = 1 \Leftrightarrow |(x + yi) + 3| = 1$$

$$\Leftrightarrow |x + 3 + yi| = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 3)^2 + y^2} = 1 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + y^2 = 1$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(-3; 0)$, $R = 1$

Câu 44: Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Hãy xác định tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $|z + 1| < 1$. **Chọn đáp án đúng:**

A. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường tròn tâm $I(-1; 0)$, $R = 1$

B. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là hình tròn tâm $I(-1; 0)$, $R = 1$

C. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường thẳng $y = x + 1$

D. Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là một đường parabol $y = 1 - (x + 1)^2$

Giải:

$$|z + 1| \leq 1 \Leftrightarrow |x + yi + 1| \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + y^2} \leq 1 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 \leq 1$$

Kết luận: Tập hợp các điểm M biểu diễn các số phức z là hình tròn